trobem a la tesi, la noció de regularitat «més fina» per a a aquestes equacions fraccionàries és la regularitat d'ordre superior per a u/d^s. Les estimacions a la vora anteriors per a $(-\Delta)^s$ són crucials per provar la identitat de Pohozaev per al laplacià fraccionari, un altre dels resultats més destacats de la tesi.

Els nostres mètodes per demostrar regularitat Hölder de u/d^s es basen en el principi del màxim, la desigualtat de Harnack, i en la construcció de barreres (supersolucions i subsolucions) apropiades. Això ens permet desenvolupar una versió no local del mètode de Caffarelli-Krylov per a equacions de segon ordre amb coeficients afitats mesurables. D'aquesta manera, obtenim resultats també per a equacions integrodiferencials completament no lineals, que apareixen en jocs estocàstics (*stochastic differential games*). Els nostres resultats s'apliquen a equacions completament no lineals que involucren generadors infinitesimals de processos de Lévy estables. Un dels resultats més rellevants de la tesi és que les solucions u satisfan $u/d^s \in C^{1,\alpha}(\overline{\Omega})$ per a α prou petit. Cal notar que aquests resultats estenen la teoria de regularitat el·líptica fins a la vora d'Evans i Krylov —per la qual aquests matemàtics van guanyar el premi Steele el 2004— al context d'operadors integrodiferencials, amb mètodes de demostració que, en molts punts, són completament diferents a causa del diferent comportament qualitatiu de les solucions a la vora.

A la segona part tractem dos exemples d'interacció entre qüestions isoperimètriques i equacions en derivades parcials. En el primer, fem servir el mètode d'Alexandrov-Bakelman-Pucci per a equacions el·líptiques per demostrar noves desigualtats isoperimètriques amb constant òptima en cons amb densitat. Demostrem que donat un con convex $\Sigma \subset \mathbb{R}^n$ i una densitat $w \in C(\overline{\Sigma})$ que és homogènia de grau $\alpha > 0$ i tal que $w^{1/\alpha}$ és còncava a Σ, el quocient isoperimètric

$$\frac{\left(\int_{\partial\Omega\cap\Sigma} w\, d\sigma\right)^{1/(n+\alpha-1)}}{\left(\int_{\Omega\cap\Sigma} w\, dx\right)^{1/(n+\alpha)}}$$

es minimitza quan Ω és una bola centrada a l'origen (intersecada amb el con). També obtenim una versió anisotròpica d'aquest resultat. Per provar aquest resultat estenem la demostració de la desigualtat isoperimètrica clàssica de Xavier Cabré. Els nostres nous resultats contenen com a cas particular la desigualtat de Wulff i la desigualtat isoperimètrica en cons de Lions i Pacella.

En el segon exemple, usem la desigulatat isoperimètrica clàssica i la identitat de Pohozaev (de segon ordre) per establir un nou resultat de simetria radial per a equacions de reacció-difusió de segon ordre. La novetat principal respecte d'altres mètodes és que podem tractar nolinearitats discontínues. Per fer-ho, estenem un argument en dimensió dos de Pierre-Louis Lions del 1981 per obtenir ara també resultats en dimensions superiors.

Joaquim Serra
Weiertrass Institute Berlin

Racó biogràfic

Leibniz: un poliedre de moltes cares

Nota inicial: Havent estat impossible incloure en aquest número de la *SCM/Notícies* un mínim relat del polièdric Leibniz hem decidit fer-ho en dues parts. L'objectiu d'aquesta primera part és explicar com Leibniz va concebre la idea del càlcul diferencial. En una segona part explicarem altres cares del poliedre leibnizià.

Apunt biogràfic de Leibniz fins als trenta anys

Gottfried Wilhelm Leibniz nasqué l'1 de juliol de 1646 a la ciutat de Leipzig (ducat de Saxònia), faltaven un parell anys perquè s'acabés la guerra dels Trenta Anys. Tant el pare com la mare eren luterans i provenien de famílies acomodades, el pare exercia de notari i impartia classes de filosofia moral a la universitat, la mare era filla d'un prestigiós advocat de Leipzig. El pare de Leibniz morí quan aquest tenia sis anys i la mare quan en tenia disset, l'única germana que tenia, que era dos anys més petita que ell, va perdre la vida als vint-i-tres anys. Leibniz no es va casar ni va tenir fills. Leibniz va viure setanta anys i en aquest temps va fer tota mena de coses, va conèixer quantitat de gent i va escriure un munt de papers (cartes, manuscrits, articles, llibres). La seva formació universitària va ser principalment en dret i filosofia però ell s'interessava per gairebé tot, pel seu compte estudiava altres disciplines com ara lògica, filologia, matemàtiques, física, química, geologia, biologia, medicina i teologia, en totes hi va intervenir d'alguna manera. També va ser un hàbil constructor d'aparells i el primer que va dissenyar una màquina que efectuava les quatre operacions bàsiques; també va dirigir treballs d'enginyeria. La religió l'importava des del vessant polític, en diferents ocasions va participar en actes a favor d'una unificació de les esglésies protestant i catòlica. No era gaire practicant, o gens; en canvi, estava molt interessat en la teologia.

$$\int_{1716}^{2016} dx = 300 \text{ aniversari}$$

(Leipzig, juliol 1646 – Hannover, novembre 1716)

Leibniz havia après des de ben petit a llegir i no tan sols relats infantils, sinó també tota mena de llibres antics i moderns que el seu pare tenia ben catalogats a la biblioteca, molts dels quals estaven escrits en llatí, una llengua que Leibniz va començar a aprendre pel seu compte. Als 7 anys començà l'escola bàsica i als últims cursos va aprendre la tècnica del raonament sil·logístic, que és una de les coses que més li agradava practicar. El 1661 (15 anys) ingressà a la Universitat de Leipzig, on va rebre una bona formació filosòfica però una deficient formació matemàtica, lluny dels avenços científics que s'estaven produint en altres llocs d'Europa, pràcticament només s'explicava Euclides i encara d'una manera fosca i elemental.

L'octubre del 1663 iniciava l'especialització en dret i pel febrer del 1667, Leibniz tenia 21 anys, va assolir el grau de doctor en Dret per la Universitat d'Altdorf (Nuremberg). Aquesta universitat li proposà una plaça de professor però ell declinà l'oferta, pensava que tancat en una universitat no podria desenvolupar amb llibertat el seu projecte intel·lectual.

Prendre aquesta decisió el va portar a haver de posar-se al servei de la noblesa per guanyar-se la vida; va exercir com a advocat, conseller, diplomàtic, bibliotecari, genealogista, etc. Totes aquestes feines li deixaven força temps (si no se'l prenia) per dedicar-se a l'estudi i el cultiu de les més diverses disciplines científiques i sobretot li van permetre viatjar arreu d'Europa, cosa que ell aprofitava per trobar-se amb les figures més rellevants del món intel·lectual.

Un d'aquests viatges fou el que va fer com a diplomàtic a París a finals de març del 1672, allà coneixeria Huygens i seria on per primera vegada s'adonaria de les poques matemàtiques que sabia i de les que havia d'aprendre si volia contribuir en l'avanç d'aquesta disciplina. Huygens el va orientar en les obres que havia de llegir i al cap d'un any Leibniz ja va començar a fer algunes aportacions. L'estada a París va durar prop de cinc anys. Van ser els anys de la creació del càlcul diferencial, i des del primer curs va fer tot el possible per allargar-ne l'estada. Era la ciutat on volia viure, però les dificultats pecuniàries el van obligar a entrar al servei del duc Joan Frederic de Hannover. La ciutat alemanya seria el seu centre de residència fins als últims dies de la seva vida. Leibniz marxava de París el 4 d'octubre del 1676, tenia trenta anys i, contra la seva voluntat, ja no hi tornaria mai més.

El càlcul infinitesimal

El primer tractament teòric del càlcul d'àrees i volums amb contorn corbat es deu a Arquimedes (segle III aC), el llenguatge és sempre geomètric i només es fan servir proporcions entre magnituds. Per exemple, si es tracta de quadrar o cubicar una certa figura A, el que es fa és comparar-la amb una altra figura coneguda donant-ne la raó. Això s'enuncia afirmant «A és a B com C és a D» i després es demostra per reducció a l'absurd que la raó A/B no pot ser ni més gran ni més petita que la raó C/D. Per poder fer les reduccions a l'absurd s'ha de muntar tota una bastida de figures auxiliars i el muntatge, que s'ha de renovar cada vegada que es vol quadrar o cubicar una figura i adaptar-lo a les particularitats d'aquesta figura, fa especialment carregós el procediment arquimedià, d'altra banda perfectament rigorós segons els cànons de la geometria grega.

A Europa, durant la segona meitat del segle XVI, a partir de textos grecs recuperats que s'han traduït al llatí, hi ha un renaixement de la matemàtica grega. Uns quants matemàtics tornen a calcular àrees i volums seguint l'estil arquimedià, però ben aviat n'apareixen altres que davant les llargues i particulars construccions arquimedianes busquen mètodes més generals i directes. Alguns d'ells ho continuen fent a través de la geometria, altres utilitzen procediments aritmètics i uns altres, com que al XVII ja és coneguda l'àlgebra simbòlica, assajaran vies analítiques. En qualsevol cas, tots busquen procediments que permetin obviar les feixugues demostracions arquimedianes; ara bé, les reduccions a l'absurd que comportava el mètode d'Eudox utilitzat per Arquimedes, tenien com a finalitat evitar l'infinit, quelcom que un moment o altre ha de sortir quan hom ha de relacionar objectes corbats amb objectes rectilinis. Per tant, els matemàtics del XVII, amb els seus mètodes directes, també van haver d'afrontar aquesta dificultat. Kepler, Torricelli, Cavalieri, Fermat, Pascal, Roberval, Hudde, Sluse, St. Vincent, Wallis, Gregory, Neil, Huygens, Barrow, Newton i Leibniz van posar a prova el seu enginy resolent problemes lligats al càlcul de quadratures, cubicatures, rectificacions, centres de gravetat, màxims, mínims, tangents, normals, curvatures, etc. Tots ells es van enfrontar amb l'infinit i ho van saber fer amb habilitat i astúcia però no pas amb rigor. El rigor va ser l'assignatura pendent de tota aquesta història, però els procediments donaven resposta a una gran multitud de problemes de naturalesa matemàtica i física, i això és el que més comptava per a aquells matemàtics i no pas les demostracions amb rigor, les quals, no obstant això, eren motiu de preocupació. Però ja ho farien més tard, quan tinguessin temps, i així va arribar el segle XIX.

Indivisibles, infinitèsims i altres variants eren noves entitats que sorgien per atacar l'infinit. Aquestes entitats tenien estranyes però eficaces propietats que servien per resoldre els problemes del càlcul. En la història de la matemàtica, dir «càlcul infinitesimal» és referir-se a tots aquests procediments.

El càlcul diferencial de Leibniz: la idea primigènia

Història i origen del càlcul diferencial és un opuscle escrit pel mateix Leibniz cap al final de la seva vida en què explica el seu procés de creació del càlcul diferencial. Com que rarament els matemàtics expliquen els seus processos d'invenció —el més habitual és donar el plat ben cuinat i a punt de menjar—, passo a descriure d'on prové la idea leibniziana del càlcul diferencial.

Explica Leibniz que d'una cosa tant senzilla com és escriure el principi d'identitat $A = A$ en la forma equivalent $A - A = 0$ se li va ocórrer escriure:

$$A - A + B - B + C - C + D - D + E - E = 0.$$

I observant aquesta última igualtat, se li va acudir agrupar les diferències de termes consecutius entre el primer i l'últim terme de la manera següent:

$$A + (-A + B) + (-B + C) + (-C + D) + (-D + E) - E = 0.$$

Anomenant L, M, N i P a les diferències consecutives resulta

$$A + L + M + N + P - E = 0.$$

I aïllant les diferències consecutives va sorgir la «bellíssima igualtat» següent:

$$L + M + N + P = E - A.$$

Tot apunta que Leibniz l'adjectivà *pulcherrima* perquè, segons ell, aquesta va ser la font d'inspiració per a la concepció del càlcul diferencial.

Interpretant A, B, C, D, E com una progressió de quantitats creixents, va veure que la suma de les diferències consecutives era igual a l'últim menys el primer dels termes de la progressió, i que si la progressió era decreixent calia invertir el sentit de les diferències consecutives.

Aquesta igualtat entre diferències consecutives i termes d'una progressió suggerí a Leibniz el mètode següent per sumar els termes d'una progressió: si hom ha de sumar els n primers termes d'una progressió A i no sap fer-ho directament però sap veure que els termes d'aquesta progressió A són les diferències consecutives d'una progressió B, llavors la suma dels termes de la progressió A és igual a la diferència entre els termes extrems de la progressió B.

Utilitzant aquest mètode, Leibniz va sumar la sèrie que Huygens li havia proposat a París l'any 1672 per posar-lo a prova. Es tractava de sumar la sèrie

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}+\cdots+\frac{2}{n(n+1)}$$

els termes de la qual són els inversos dels nombres triangulars $1, 3, 6, 10, 15, \ldots, \frac{n(n+1)}{2}$ Leibniz va veure que

$$\frac{2}{n(n+1)}=\frac{2}{n}-\frac{2}{n+1}$$

i per tant, els termes de la successió d'inversos triangulars eren les diferències consecutives dels termes de la successió $\frac{2}{n}$. Llavors, utilitzant la «bellíssima igualtat» resulta la suma:

$$\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{6}+\frac{1}{10}+\cdots+\frac{2}{n(n+1)}=2-\frac{2}{n+1}.$$

I, com que Huygens li havia demanat la suma de la sèrie, el que va fer és negligir el terme $\frac{2}{n+1}$, per tant, la suma de la sèrie dels inversos dels nombres triangulars va resultar que era 2.

Leibniz veia una corba com un continu geomètric unidimensional. Al segle XVII, el concepte *continu* es concebia de manera intuïtiva, no s'utilitzava el llenguatge funcional per descriure les corbes. Es parlava de magnituds o quantitats variables i de constants; les corbes venien donades mitjançant una relació algebraica entre dues variables. En la representació geomètrica cartesiana d'una corba una d'aquestes dues variables s'anomenava «abscissa»; se solia treballar amb successions d'abscisses i, aleshores, l'altra variable, lligada a les abscisses per l'equació de la corba, quedava «ordenada» seguint l'ordre de la successió d'abscisses. Si les abscisses estaven pròximes també ho estaven les ordenades corresponents. Dues abscisses o dues ordenades w_i, w_{i+1} estaven pròximes si la quantitat no nul·la $\Delta w = w_i - w_{i+1}$ era menyspreable respecte de la magnitud de En altres paraules, el quocient $\frac{w_i - w_{i+1}}{w_i}$ era una quantitat no nul·la propera a zero. Cal tenir present que en aquesta època encara no s'havia formulat el concepte *límit*.

Leibniz volia transportar la relació entre sumes i diferències que havia trobat en treballar el cas discret de les successions al cas continu de les corbes perquè Leibniz, que coneixia la teoria dels indivisibles de Cavalieri, pensava que podria calcular l'àrea d'una regió R limitada per una corba, l'eix d'abscisses i dues ordenades sumant d'alguna manera convenient ordenades d'una successió d'abscisses suficientment pròximes. Leibniz sabia molt bé que sumant línies no obtindria àrees —calia treballar amb rectangles prou estrets— però també sabia que per més rectangles que hi posés només obtindria una àrea aproximada. La idea de Leibniz consistia a considerar rectangles formats per dues ordenades «infinitament pròximes» i de base un increment $x_{i+1} - x$ que tingués la propietat de ser més petit que qualsevol quantitat convencional. Com que unes quantitats com aquestes no existien en el domini admès de la geometria tradicional les va introduir amb el símbol dx i les anomenà «diferencials», en general. Per a qualsevol w variable un increment diferencial d'aquesta s'escrivia dw.

Amb els increments diferencials (o diferències consecutives infinitesimals) la corba es podia concebre com un polígon d'infinits costats infinitesimals i, aleshores, la perllongació dels costats del polígon donarien les rectes tangents a la corba i l'àrea exacta d'una regió R limitada per la corba, l'eix d'abscisses i dues ordenades relatives a aquest eix es podria calcular sumant els infinits rectangles infinitesimals ydx. Més endavant va introduir la notació $\int ydx$ per simbolitzar aquesta suma especial, símbol que va esdevenir un dels més populars de la matemàtica, en els primers manuscrits Leibniz havia utilitzat altres símbols molt menys eficaços. La d de les diferencials és la inicial de la paraula *diferències* i el símbol d'integració és una s allargada de la inicial de *sumació*. Leibniz parlava de «càlcul de diferències» i de «càlcul sumatori», la paraula *integral* la van introduir cap a finals del XVII els germans Jakob i Johan

Bernouilli. Els límits d'integració no tenien cap disposició especial, la posició actual als extrems del signe d'integració és obra de Fourier, que la va utilitzar cap al 1819.

Seguint ara amb la «bellíssima igualtat», podem veure com queda escrita en notació leibniziana en extrapolar-la al cas continu del càlcul de l'àrea d'una regió limitada per una corba $y(x)$, l'eix d'abscisses i dues ordenades $y(x_1)$, $y(x_n)$. En aquest cas, les successives y's haurien de ser les diferències consecutives d'una certa successió de z's i llavors l'àrea seria $z(x_n) - z(x_1)$. Per tant, a efectes del càlcul de la suma $\int ydx$, s'hauria de buscar una corba $z(x)$ tal que $dz = ydx$, llavors l'àrea A de la regió R es calcularia de la manera següent:

$$A = \int ydx = \int dz = z(x_n) - z(x_1).$$

Aquesta última igualtat, «bellíssima» i molt útil, també reflecteix el caràcter invers dels dos processos de diferenciació i integració. Aquesta relació inversa entre tangents i quadratures ja havia estat utilitzada per Neil, J. Gregory, Barrow i Newton. Ara, però, amb la notació leibniziana resultava especialment manejable.

Leibniz va ampliar el seu món de diferencials introduint diferencials d'ordre superior. Com que les diferencials dx i dy lligades a una corba formaven successió, Leibniz va considerar les diferències consecutives d'aquestes successions de diferències primeres, i així obtenia les diferències segones o «diferencials de segon ordre» $d^2x = ddx$, $d^2y = ddy$. El procés continuava de la mateixa manera per a les diferencials d'ordre superior. Les diferencials d'un cert ordre són infinitament més petites que les dels ordres anteriors. També hi ha un producte de diferencials, per exemple $(dx)(dx) = (dx)^2$, i l'ordre de $(dx)^2$ és el mateix que l'ordre de d^2x.

Mentre que $d(x + y) = dx + dy$ Leibniz va veure que no era vàlida la mateixa regla per a un producte xy:

$$\begin{aligned} d(xy) &= (x + dx)(y + dy) - xy \\ &= xdy + ydx + dxdy = xdy + ydx. \end{aligned}$$

En l'últim pas es negligeix $dxdy$, ja que un diferencial de segon ordre és infinitament més petit que els diferencials de primer ordre xdy i ydx; a les variables se'ls adjudica grau zero.

En el cas d'un quocient:

$$\begin{aligned} d\frac{y}{x} &= \frac{y + dy}{x + dx} - \frac{y}{x} \\ &= \frac{xdy - ydx}{x^2 + xdx} = \frac{xdy - ydx}{x^2}. \end{aligned}$$

El càlcul diferencial leibnizià tenia regles pròpies que hom aprenia a mesura que veia com ho feia Leibniz, els germans Bernouilli o L'Hôpital. Aquest últim va ser el primer que va escriure un text sobre càlcul diferencial.

El càlcul diferencial leibnizià va rebre dures crítiques perquè no tenia cap fonament rigorós, el seu ús era difícil i tot plegat patia d'un cert obscurantisme. Amb tot, el càlcul diferencial de Leibniz amb les seves notacions va proporcionar una manera genèrica d'atacar i resoldre molts dels problemes que preocupaven matemàtics i físics d'aquells dos segles d'or: càlcul de longituds, àrees, volums, moments, centres de gravetat, tangents, curvatures i resolució d'equacions diferencials.

S'obtenien un gran nombre de resultats però la fonamentació quedava pendent. A l'últim terç de XVIII, D'Alembert i Lagrange ja havien començat a treballar en aquest sentit, però va ser Cauchy qui, a començaments del XIX, va fer el pas definitiu quan va presentar a l'École Polytechnique de París un programa de renovació de l'ensenyament del càlcul que es fonamentava en el concepte de derivada d'una funció en un punt utilitzant el concepte de límit. En el programa de Cauchy quedaven expulsats de l'anàlisi matemàtica les diferencials leibnizianes, però curiosament va conservar les notacions.

Dos-cents cinquanta anys després de la mort de Leibniz, el 1966, el matemàtic Abraham Robinson va publicar *Non-standard Analysis*, un llibre en què es construïa amb rigor un model de nombres reals ampliat en què les diferencials de Leibniz quedaven validades rigorosament. Aleshores, una part de la comunitat matemàtica va començar a treballar amb el model de Robinson, dels quals es deia que feien «anàlisi no estàndard», això els distingia dels de la línia Cauchy que, és clar, eren els estàndards. Avui dia la gran majoria dels matemàtics segueixen amb el model estàndard.

Sobre la polèmica Newton-Leibniz

Les figures de Newton i Leibniz apareixen a l'últim terç del segle XVII i ells dos, hereus de tota la pràctica infinitesimal que els precedia, elaboraran models d'aquest càlcul que adoptaran els matemàtics posteriors fins a arribar al segle XIX. Els britànics (Taylor, McLaurin etc.) seguiran fidelment Newton i els continentals (Jakob i Johan Bernouilli, L'Hôpital, Euler, etc.), Leibniz.

Newton pensava les corbes en clau cinemàtica. Una corba es generava pel moviment continu en el temps d'un punt la posició del qual es donava per dues components temporals $x(t)$ i $y(t)$ que Newton anomena «fluents». «Les fluxions» $\dot{x}$ i $\dot{y}$ eren les velocitats dels fluents. La tangent a la corba l'obtenia com a quocient de les velocitats components. Newton parlava de «quantitats evanescents» i de «últimes raons entre quantitats evanescents», conceptes que no quedaven prou clars a la seva època i que un lector actual pot entendre perfectament atès que Newton raona sobre aquests conceptes de manera ben semblant a l'actual del límit d'increments quan la variable independent tendeix a zero.

Newton havia elaborat el seu càlcul en el període 1665-1666. L'any 1669 va escriure *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas* i l'any 1671, *Tractatus de methodis serierum et fluxionum*, en què exposava la seva versió del càlcul infinitesimal, però aquestes dues primeres versions només van circular entre uns pocs matemàtics de la Royal Society. Newton era reticent a fer públics els seus mètodes de càlcul, això va fer que els dos treballs esmentats no es publiquessin fins més endavant, el *De analysi* el 1711 i el *Tractatus* el 1736; Newton va morir el 1727. Alguns indicis del càlcul newtonià es troben en el seu famós llibre de mecànica *Philosophiae naturalis principia mathematica* que es publicà el 1687 i la primera versió explícita del qual va aparèixer el 1704 amb el títol De *Quadratura Curvarum* com un apèndix del llibre d'òptica de l'autor.

La primera publicació del càlcul diferencial leibnizià és un article del 1684 a les *Acta Eduritorum* que portava per títol «Nova methodus pro maximis et minimis, itemque tangentibus, qua nec fractas nec irrationales quantitates moratur».

Newton va projectar els seus mètodes deu anys abans que Leibniz concebés els seus, però Leibniz publicà el càlcul diferencial vint anys abans que Newton. Tanmateix, cal tenir en compte que molts dels resultats de tots dos ja havien circulat abans entre els grups de matemàtics propers.

Newton sabia que Leibniz havia vist els seus treballs dues vegades, o almenys una part. El fet és que a partir del moment en què Leibniz va començar a publicar, Newton va començar a sentir-se molest perquè ell encara no ho havia fet i sabia que Leibniz havia consultat papers seus quan havia estat a Londres, però tot i que els mètodes infinitesimals de Leibniz i Newton eren diferents en concepció, desenvolupament i notació, amb el temps Leibniz va acabar sent acusat de plagi injustament i això el va amoïnar l'últim període de la vida.

Aquesta fou una de les disputes per temes de prioritat més severes de la història de la matemàtica. No és fàcil seguir amb detall tot el que va passar, és força enrevessat. Avui dia, però, hi ha molt bona bibliografia sobre aquest tema.

Referències

[1] E.J. Aiton, (1985): *Leibniz. Una biografía.* Alianza Editorial.

[2] A.J. Durán, (2006): *La polémica sobre la invención del cálculo infinitesimal.* Ed. Crítica.

[3] C.H. Edwards, (1979): *The historical development of the calculus.* Spriger-Verlag.

Eduard Recasens Gallart
Historiador de la ciència